



# 외란관측기를 이용한 비선형 자기부상 시스템의 제어 성능 향상

## Control Performance Improvement of a Nonlinear Magnetic Levitation System with a Disturbance Observer

정우봉<sup>1</sup>, 안형준<sup>2,#</sup>  
Yupeng Zheng<sup>1</sup> and Hyeong-Joon Ahn<sup>2,#</sup>

<sup>1</sup> 숭실대학교 일반대학원 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Graduate school, Soongsil University)  
<sup>2</sup> 숭실대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Soongsil University)  
# Corresponding Author / E-mail: ahj123@ssu.ac.kr, TEL: +82-2-820-0654  
ORCID: 0000-0002-4947-2311

KEYWORDS: Magnetic levitation system (자기부상 시스템), Disturbance observer (외란 관측기), Disturbance rejection (외란 제거), Command following (명령추종)

*Magnetic levitation system (MLS) is a typical nonlinear system that controls the position of a steel ball with the magnetic force of the electromagnetic actuator. Since disturbances, due to various external forces and modeling errors, may cause excessive vibration or poor command following, disturbance suppression is necessary to improve the control performance of the MLS. This paper presents a control performance improvement approach of an MLS with a disturbance observer (DOB). First, a mathematical model of the MLS was introduced and validated with the measured frequency response. The MLS steel ball was levitated with a proportional–integral–derivative (PID) controller and a DOB was designed based on the physical model of the MLS. Both disturbance rejection and command tracking performances of the MLS with the DOB were investigated with several design parameters such as PID gains and Q filter. The disturbance rejection and command tracking performances were improved by 76.1% and 64.7%, respectively by using DOB. Finally, the disturbance rejection and command-following performances of the MLS with the DOB were verified experimentally. The effectiveness and limitations of DOB were explained with measured closed-loop frequency responses.*

Manuscript received: November 11, 2022 / Revised: December 17, 2022 / Accepted: December 27, 2022  
This paper was presented at KSPE Autumn Conference 2022

### NOMENCLATURE

$A$  = State Matrix  
 $a_{2,1}, a_{2,3}, a_{3,3}$  = The Element of Matrix A  
 $B$  = Input Matrix  
 $b_3$  = The Element of Matrix B  
 $C$  = Output Matrix  
 $c_i$  = Leakage Current of the Electromagnet  
 $d$  = Disturbance  
 $F_{em}$  = Electromagnetic Force  
 $F_{em P1}$  = Coil Inductance  
 $F_{em P2}$  = Coefficients of Electromagnetic Force

$f_i$  = Time Constant of the Electromagnet  
 $g$  = Gravity Acceleration  
 $k_i$  = Voltage-Current Static Gain  
 $kk$  = Voltage-Force gain of the Electromagnet  
(=  $x \times a_{2,3} \times k_i$ )  
 $m$  = Mass of the Steel Ball  
MLS = Magnetic Levitation System  
 $r$  = Reference Command  
 $s$  = Laplace Complex Variable  
 $\tau$  = Time Constant of Q Filter  
 $u$  = Control Effort (Voltage)

---

|                          |   |
|--------------------------|---|
| $x_1, x_2, x_3$          | = State Space (The Position of the Iron Ball, Velocity of the Iron Ball, and Current)       |
| $x_{10}, x_{20}, x_{30}$ | = Equilibrium State (The Position of the Iron Ball, Velocity of the Iron Ball, and Current) |
| $y$                      | = Output  |

---

### 1. 서론

자기부상 기술은 비접촉, 조용한 운전, 고효율 등의 장점을 가지고 있어 다양한 적용처에 사용되고 있다. 대표적으로 자기 부상열차가 있고 자기 베어링도 분자 펌프와 칠러 등에 사용되고 있다[1,2].

자기부상 시스템(Magnetic Levitation System, MLS)은 전압을 통해 코일의 전류를 조절하고 자기력을 발생시켜 대상체의 위치를 제어하는 비선형 시스템이다[3]. 실제 MLS에 대상체 질량 등 시스템의 변화나 외란으로 인해 진동이 발생하거나 명령 추종 성능이 저하될 수 있어 제어 성능을 향상시키는 기술이 필요하다.

외란 관측기(Disturbance Observer, DOB)는 간단한 구조로 외란을 효과적으로 제거해줄 수 있다[4-6]. 하지만, MLS을 이용한 외란 제거와 명령 추종 성능 향상에 실험적 연구는 아직 많지 않고 대부분 상태공간 모델을 기반으로 연구하였다[7,8].

이 논문은 DOB를 이용한 MLS의 제어 성능 향상을 연구하였다. 먼저 MLS의 수학적 모델을 소개하고 주파수 응답 측정을 통하여 검증하였다. 물리 모델 기반으로 DOB를 설계하고 설계 변수에 따른 제어 성능 변화를 확인하였다. 또한, PID 제어로 부상된 MLS에 DOB를 적용하여 대상체 질량 및 외란 주파수 변화에 따른 외란 제거와 명령 추종 성능을 확인하였다. 마지막으로 페루프 주파수 응답 측정을 통해서 DOB의 외란 제거 및 명령 추종 성능 향상 이유와 그 한계를 설명하였다.

### 2. 시스템 모델링

#### 2.1 MLS

MLS는 대상체 (쇠공) 위치를 측정하고 전자석 코일 전압을 조절하여 부상시키는 비선형 시스템이다. MATLAB/Simulink와 연동하여 200 Hz 샘플링(Sampling) 주파수로 실시간 제어와 모니터링이 가능하다. Fig. 1에 사용한 MLS와 개략 모델을 나타냈다.

#### 2.2 모델링

Eqs. (1)부터 (4)에 MLS의 비선형 수학 모델을 나타냈다.  $u$ 는 전자석 코일 전압,  $m$ 은 쇠공 질량,  $g$ 는 중력 가속도,  $x_1$ 은 쇠공 위치,  $x_2$ 는 쇠공 속도,  $x_3$ 은 전류,  $F_{em}$ 은 전자기력,  $F_{emP1}$ 은 코일

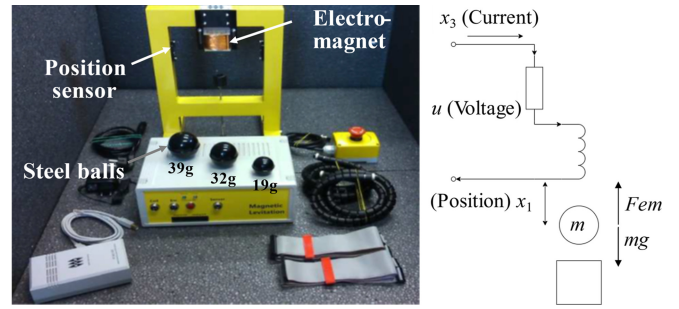


Fig. 1 MLS [9] (Adapted from Ref. 9 on the basis of webpage)

Table 1 Parameters of MLS

| Symbol      | Description                            | Value                       |
|-------------|--|-----------------------------|
| $c_i$       | Leakage current                        | 0.0243 [A]                  |
| $f_i$       | Time constant of coil                  | 0.0321 [s]                  |
| $F_{em P1}$ | Coil inductance                        | $1.7521 \times 10^{-2}$ [H] |
| $F_{em P2}$ | Coefficients of electromagnetic force  | $5.8231 \times 10^{-3}$ [m] |
| $k_i$       | Voltage-current static gain            | 2.6903 [A/V]                |
| $m$         | Nominal mass of the steel ball         | 0.032 [kg]                  |
| $x_{10}$    | Equilibrium position of the steel ball | 0.01 [m]                    |
| $x_{30}$    | Equilibrium current                    | 0.6322 [A]                  |

인덕턴스,  $F_{emP2}$ 는 전자기력 관련 계수,  $k_i$ 는 전류-전압의 정적 이득,  $f_i$ 는 전자석 코일의 시상수이다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{1}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{F_{em}}{m} + g \tag{2}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{f_i}(k_i u + c_i - x_3) \tag{3}$$

$$F_{em} = x_3^2 \frac{F_{em P1}}{F_{em P2}} \exp\left(-\frac{x_1}{F_{em P2}}\right) \tag{4}$$

위의 비선형 모델을 평형점  $x_1 = 0.01$  m에서 선형화하여 Eq. (5)에 나타냈다.  $A$ 는 상태 행렬,  $B$ 는 입력 행렬,  $C$ 는 출력 행렬이다. MLS의 파라미터는 Table 1에 나타냈다.

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx \tag{5}$$

$$\text{Here, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{2,1} & 0 & a_{2,3} \\ 0 & 0 & a_{3,3} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0],$$

$$a_{2,1} = \frac{x_{30}^2 F_{em P1}}{m F_{em P2}^2} \exp\left(-\frac{x_{10}}{F_{em P2}}\right),$$

$$a_{2,3} = \frac{2x_{30} F_{em P1}}{m F_{em P2}} \exp\left(-\frac{x_{10}}{F_{em P2}}\right),$$

$$a_{3,3} = -f_i^{-1}, \text{ and } b_3 = k_i f_i^{-1}.$$

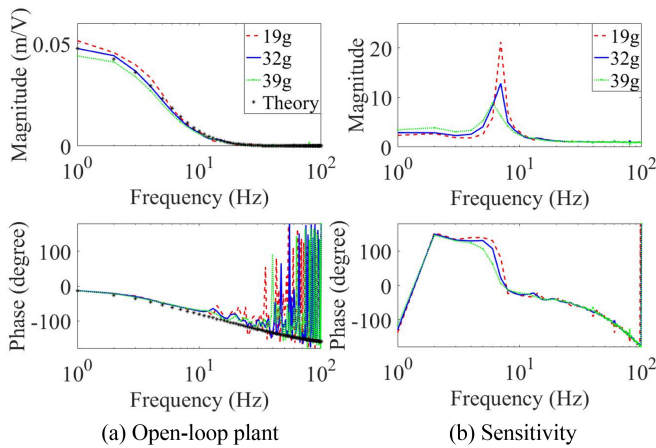


Fig. 2 Open-loop frequency responses and closed-loop sensitivity functions of the MLS of different mass

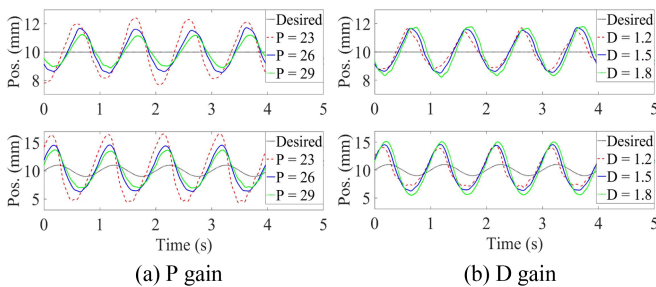


Fig. 3 Control performances of the MLS W/O DOB in cases of different PID gains (upper: disturbance rejection and lower: command following)

2.3 모델 검증

PID 위치 제어를 수행하면서 다중정현파(Multisine) 신호를 MLS에 부가하여 개루프와 폐루프 주파수 응답 측정을 하고 결과는 Fig. 2에 나타났다. 우선 대상체 질량 변동에도 안정한 부상이 가능하도록 시행 착오를 통해 PID 제어 이득을 조절하였다. 질량을 19, 32, 39 g으로 변화시키면서 측정된 주파수 응답과 선형 이론 모델의 주파수 응답을 Fig. 2(a)에 나타났다. 동작점에서 모델링의 정확도가 높고 대상체 질량 변화에 따라 1 Hz에서 주파수 응답 크기는 0.0476에서 0.0515 m/V로 약 8.19% 변화하였다. PID 제어로 부상시킨 대상체 질량 변화에 따른 민감도 함수를 측정하여 Fig. 2(b)에 나타났다. 대상체 질량이 감소함에 따라 민감도함수의 최대값이 커져서 안정성이 줄어든다. 일반적으로 샘플링 주파수가 낮으면 자기부상 제어 성능이 떨어진다. 이 연구의 샘플링 주파수가 200 Hz로 낮아 대상체의 질량이 가벼움에도 변위 제어 절점 주파수가 7 Hz 정도로 낮고 제거 가능한 외란 주파수도 절점 주파수를 넘지 못한다.

0.001 V 진폭의 정현파 외란과 0.01 m 진폭의 정현파 입력을 사용해 PID 제어기로 부상된 MLS의 외란 제거와 명령 추종 성능을 실험하여 Fig. 3에 나타났다. Fig. 3(a)와 같이 비례 이득(P)이 증가할수록 외란 제거 성능과 명령 추종 성능이 향상된다.

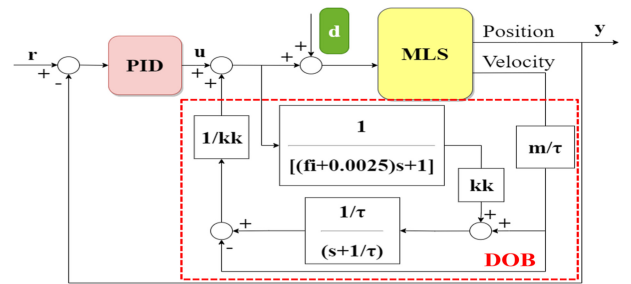


Fig. 4 Schematic of the Simulink realtime block diagram of the MLS with DOB

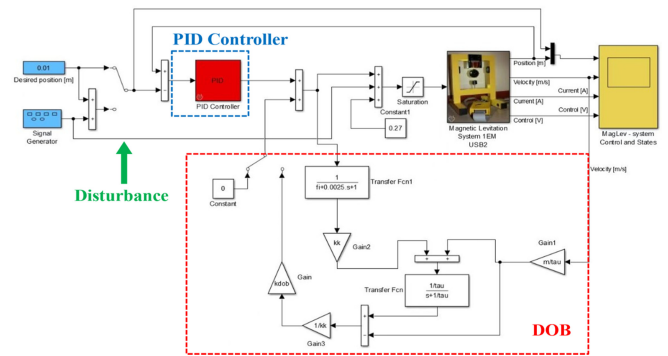


Fig. 5 Simulink realtime block diagram of the MLS with DOB

Fig. 3(b)를 보면 미분 이득(D)이 감소할수록 외란 제거 성능과 명령 추종 성능이 향상된다. 비례 이득이 증가시키고 미분 이득을 감소시키면 명령 추종 성능이 향상되나 MLS의 안정성이 나빠져 제어 이득 조절에 한계가 있다[10].

3. DOB

3.1 DOB 설계

DOB는 기본적으로 동적 시스템의 외란을 추정하여 제거하며 DOB가 적용된 제어 시스템의 개략도를 Fig. 4에 나타났다. 사용한 제어 시스템은 제어기(PID), 필터, 실제 플랜트(MLS)로 구성된다. 그리고  $r, u, y$ 는 각각 기준입력, 제어입력, 출력이며  $d$ 는 외란이다.  $kk$ 는 전자석 구동기의 전압-힘 이득으로 Eq. (6)과 같다[11].

$$kk = m \times a_{2,3} \times k_i \tag{6}$$

Fig. 5는 속도 피드백을 받는 DOB가 적용된 실제 제어 시스템의 블록 선도이다.

최종 질량 32 g, 외란 주파수 1 Hz일 때, 필터 시정수인  $\tau$  변화에 따른 외란 제거 성능을 Fig. 6과 Table 2에 나타났다.  $\tau$ 가 작아질수록 외란 제거 성능이 향상된다.

필터의 시정수  $\tau$ 를 변화(0.5, 0.1, 0.05 sec)시키면서 실제 MLS의 페루프 민감도 함수를 측정하여 Fig. 7에 나타났다.  $\tau$ 가 감소하면 저주파 대역의 외란 제거 성능이 향상되지만 민감도

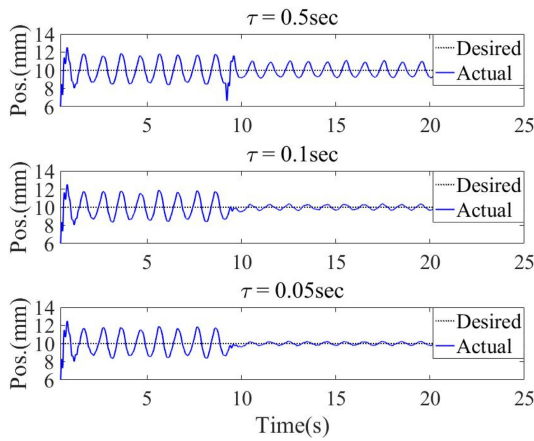


Fig. 6 Disturbance rejection of the MLS with DOB of different  $\tau$

Table 2 Disturbance rejection of the MLS with DOB of different  $\tau$

| $\tau$<br>[sec] | W/O DOB<br>[mm] | W/T DOB<br>[mm] | Rejection ratio<br>[%] |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------|
| 0.5             | 3.41            | 1.73            | 49.3                   |
| 0.1             | 3.19            | 0.74            | 76.8                   |
| 0.05            | 3.43            | 0.48            | 86.0                   |

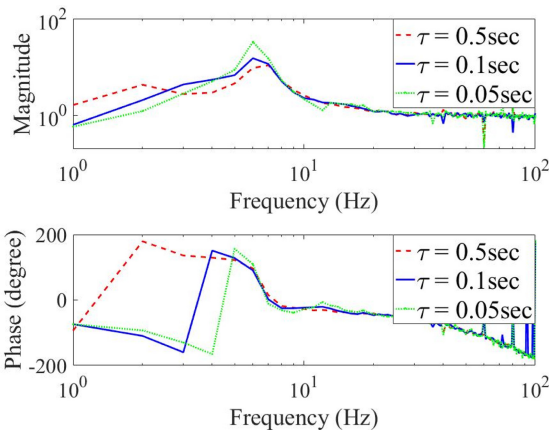


Fig. 7 Sensitivity function of the MLS with DOB of different  $\tau$

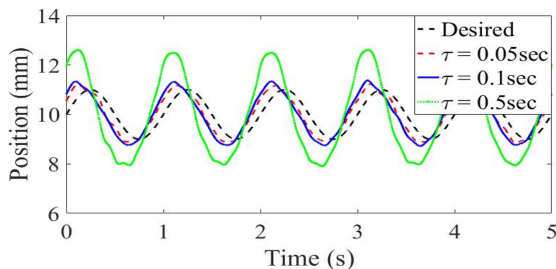


Fig. 8 Command following of MLS with DOB of different  $\tau$

함수 최대값이 증가하여 안정성이 나빠진다.

Q 필터의 시정수인  $\tau$ 를 변화시키며 명령 추종 실험을 수행한 결과를 Fig. 8에 나타냈다. Q 필터의 시정수인  $\tau$ 가 작을수록 명령 입력을 잘 추종한다.

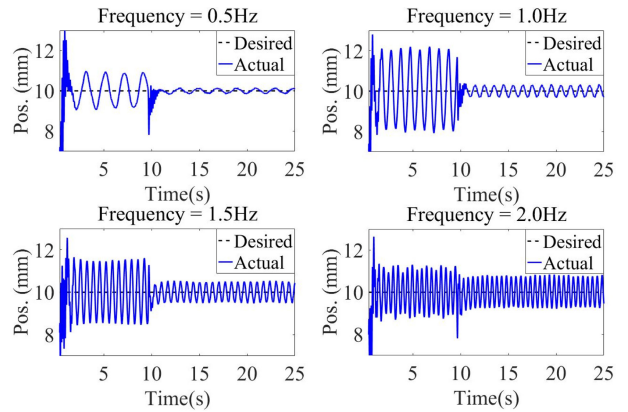


Fig. 9 Disturbance rejection of the MLS with DOB against different disturbance frequencies

Table 3 Disturbance rejection of the MLS against different frequencies

| Freq.<br>[Hz] | W/O DOB<br>[mm] | W/T DOB<br>[mm] | Rejection ratio<br>[%] |
|---------------|-----------------|-----------------|------------------------|
| 0.5           | 1.89            | 0.31            | 83.6                   |
| 1.0           | 4.07            | 0.63            | 84.5                   |
| 1.5           | 2.91            | 1.01            | 65.3                   |
| 2.0           | 2.35            | 1.54            | 34.5                   |

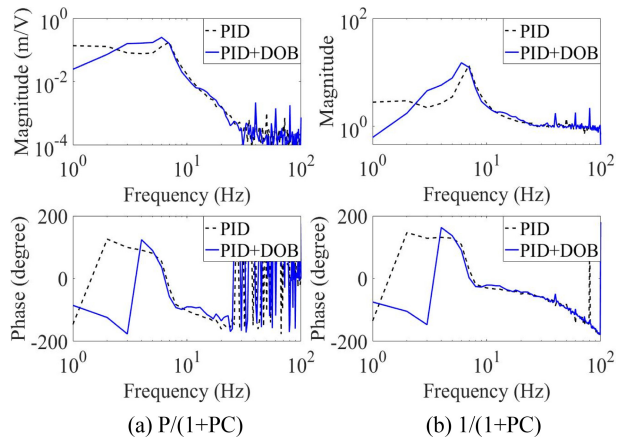


Fig. 10 Close-loop frequency responses of the MLS W/O and W/T DOB

## 4. 실험

### 4.1 외란 제거 실험

최공의 공칭 질량이 32 g이고 정현파 외란이 0.01 V(약 0.0184 N)일 때 외란 주파수 변화에 따른 외란 제거 응답을 Fig. 9와 Table 3에 나타냈다. 저주파 외란이 DOB로 잘 제거되지만 외란 주파수가 높아질수록 외란 제거 성능이 저하되었다. Table 3 과 같이 외란 주파수가 0.5 Hz일 때 약 83.6%, 주파수가 1 Hz 일 때 약 84.5%, 주파수가 1.5 Hz일 때 약 65.3%, 주파수가

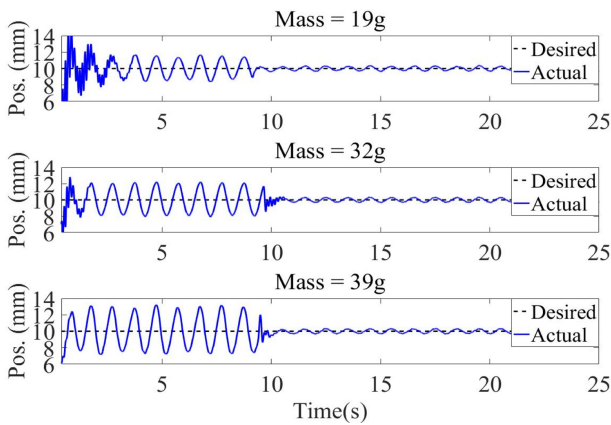


Fig. 11 Disturbance rejection of the MLS of different masses W/T DOB

Table 4 Disturbance rejection of the MLS of different masses W/T DOB

| Mass [g] | W/O DOB [mm] | W/T DOB [mm] | Rejection ratio [%] |
|----------|--------------|--------------|---------------------|
| 19       | 3.08         | 0.62         | 79.9                |
| 32       | 4.12         | 0.62         | 85.0                |
| 39       | 5.75         | 0.56         | 90.3                |

2 Hz일 때 약 34.5%, 평균 67.0%로 제거되었다.

PID만 사용할 때와 PID 및 DOB를 같이 사용할 때의 MLS 페루프 주파수 응답 측정된 결과는 Fig. 10(a)에 나타났다. PID만 사용할 때보다 DOB를 같이 사용할 때 1-2.4 Hz 범위에서 외란 제거 성능이 향상되지만 2.4 Hz 이상의 주파수에서는 외란 제거 성능이 저하된다.

Fig. 11과 Table 4에 주파수가 1.0 Hz일 때 쇠공의 질량을 바꾸며 외란 제거 성능을 실험했다. 질량이 증가할수록 시스템 응답이 느려져 외란 제거 성능이 향상되었다. Table 4와 같이 외란 주파수가 1.0 Hz일 경우 쇠공 질량이 19 g일 때 약 79.9%, 질량이 32 g일 때 약 85.0%, 질량이 39 g일 때 약 90.3%, 평균 85.1%로 제거되었다.

#### 4.2 명령 추종 실험

주파수 진폭이 0.001 m인 정현파 입력에 대한 명령 추종 실험을 수행했다. 쇠공의 질량이 32 g일 때 주파수 증가에 따른 명령추종 성능을 Fig. 12와 Table 5에 나타났다. Table 5와 같이 DOB를 사용할 때 명령추종 성능이 평균 60.7% 향상되었다. 여기서 증폭비(Amp. Ratio)는 명령 응답과 명령의 비율이다.

주파수를 고정하고 쇠공의 질량 변화에 따른 명령 추종 실험을 수행하여 Fig. 13과 Table 6에 나타났다. DOB를 사용하면 명령 추종 성능이 평균 68.6% 향상되며 질량이 증가할수록 응답이 느려져 더욱 향상되었다.

PID 제어기만 사용한 경우 PID 및 DOB를 함께 사용한 경우에

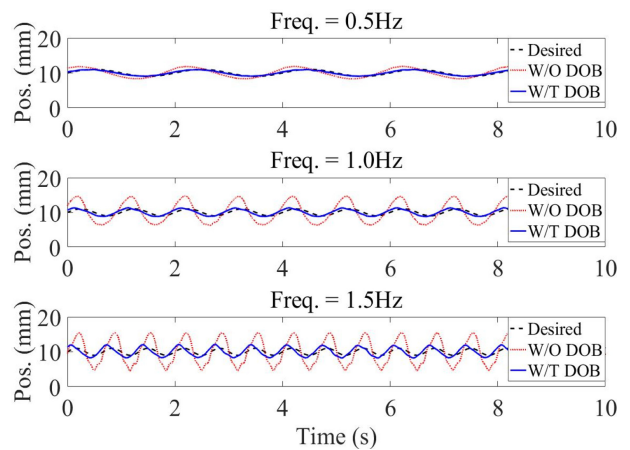


Fig. 12 Command following of the MLS with DOB for different command frequencies (mass = 32 g)

Table 5 Command following of the MLS with DOB for different command frequencies (mass = 32 g)

| Freq. [Hz] | Amp. ratio W/O DOB | Amp. ratio W/T DOB |
|------------|--------------------|--------------------|
| 0.5        | 1.740              | 0.905              |
| 1.0        | 4.075              | 1.243              |
| 1.5        | 5.405              | 1.920              |

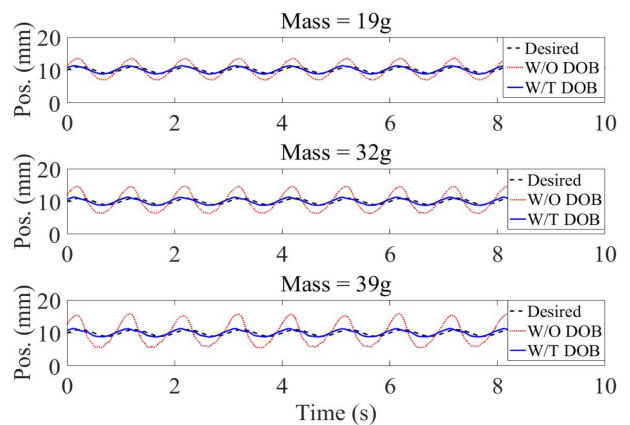


Fig. 13 Command following of the MLS of different masses W/T DOB (@1 Hz)

Table 6 Command following of the MLS of different masses W/T DOB (@1 Hz)

| Mass [g] | Amp. ratio W/O DOB | Amp. ratio W/T DOB |
|----------|--------------------|--------------------|
| 19       | 3.250              | 1.285              |
| 32       | 4.075              | 1.243              |
| 39       | 5.025              | 1.210              |

대해 상보 민감도 함수( $PC/(1+PC)$ )의 측정 결과를 Fig. 14에 나타났다. 주파수가 2.2 Hz 이하에서 PID만 사용할 때보다 PID 및 DOB 같이 사용할 때 명령 추종 성능이 향상된다.

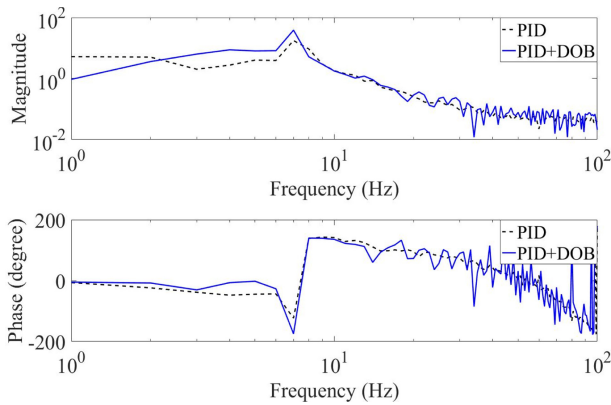


Fig. 14 Complementary sensitivity functions of the MLS W/O and W/T DOB

## 5. 결론

이 논문은 DOB를 이용한 MLS의 제어 성능 향상을 연구하였다. 물리 모델 기반으로 DOB를 설계하고 설계 변수 조절에 따른 제어 성능 변화를 확인하였다. DOB를 통해서 주파수가 2 Hz 이하에서 외란 제거 및 명령 추종 성능이 향상되었다. 외란 제거 성능은 평균 76.1%, 명령 추종 성능이 평균 64.7%로 향상되었다. 페루프 주파수 응답 측정을 통하여 DOB의 성능 향상과 그 한계를 확인하였다. 향후 제어 시스템의 샘플링 주파수를 높이고 전류 제어를 포함한 MLS에 DOB를 적용하는 연구를 수행할 예정이다.

## ACKNOWLEDGEMENT

이 논문은 한국 에너지 기술평가원의 “수열 냉·난방 및 재생 열 하이브리드 시스템 기술개발 및 실증”의 지원을 받아 연구되었음(No. 20208901010010, 2020).

## REFERENCES

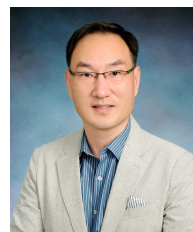
1. Yang, Z.-J., Miyazaki, K., Kanae, S., Wada, K., (2004), Robust position control of a magnetic levitation system via dynamic surface control technique, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(1), 26-34.
2. Yoo, S. J., Kim, S., Cho, K.-H., Ahn, H.-J., (2021), Data-driven self-sensing technique for active magnetic bearing, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 22(6), 1031-1038.
3. Balko, P., Rosinová, D., (2017), Modeling of magnetic levitation system, *Proceedings of the 2017 International Conference on Process Control (PC)*, 252-257.

4. Radke, A., Gao, Z., (2006), A survey of state and disturbance observers for practitioners, *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, 6.
5. Shim, H., Park, G., Joo, Y., Back, J., Jo, N. H., (2016), Yet another tutorial of disturbance observer: Robust stabilization and recovery of nominal performance, *Control Theory and Technology*, 14(3), 237-249.
6. Yamato, S., Nakanishi, K., Suzuki, N., Kakinuma, Y., (2021), Development of automatic chatter suppression system in parallel milling by real-time spindle speed control with observer-based chatter monitoring, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 22, 227-240.
7. Kang, N.-S., Jo, N.-H., (2013), A study on the controller design for EMS system using disturbance observer, *The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers*, 62(9), 1264-1269.
8. Jo, N.-H., (2022), A study on a reduced-order disturbance observer controller for nonlinear electro-magnetic suspension systems, *Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers*, 71(1), 196-202.
9. INTECO, Magnetic Levitation Systems. <https://www.inteco.com.pl/products/magnetic-levitation-systems/>
10. White, M. T., Tomizuka, M., Smith, C., (2000), Improved track following in magnetic disk drives using a disturbance observer, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 5(1), 3-11.
11. Kobayashi, H., Katsura, S., Ohnishi, K., (2007), An analysis of parameter variations of disturbance observer for motion control, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(6), 3413-3421.



**Yu-Peng Zheng**

Master student in the Department of Mechanical Engineering, Graduate school, Soongsil University. He received his B.Sc from Nanchang Hangkong University. His research interest is magnetic levitation system.  
E-mail: 811463358@qq.com



**Hyeong-Joon Ahn**

Professor in the School of Mechanical Engineering, Soongsil University. His research interest is mechatronics including sensors, actuators and control.  
E-mail: ahj123@ssu.ac.kr